

# IF-OFDM의 수신결합 행렬 최적화를 통한 합-전송률 최대화

하노검, 신원재\*

부산대학교 전자공학과

keket113@gmail.com, \*wjshin@pusan.ac.kr

## Sum-rate maximization on optimizing combining matrix of IF-OFDM

Nohgyeom Ha, Wonjae Shin\*

Department of EE, Pusan National Univ.

### 요약

대부분의 간섭관리 기법들에서는 송신기에 실시간 채널정보(Channel state information)가 필요하므로 과도한 피드백에 의한 오버헤드가 문제점으로 대두되고 있다. Channel coherence patterns이나 완벽한 채널정보 없이 간섭 및 서빙 링크 간 다중경로(Multipath)에 의한 지연 차이를 활용하여 간섭을 정렬하는 IF-OFDM(Interference-free OFDM) 기법이 최근 제안되었다. 하지만, IF-OFDM은 DoF(Degree of freedom) 관점에서 송/수신기 설계하였고 해당 송/수신기 설계가 최적화 합-전송률을 최대화하는 것을 보장하지 않는다. 본 논문은 IF-OFDM에서 고려하지 않은 전반적인 SNR(Signal-to-noise ratio) 영역에서 합-전송률 최대화하기 위해 수신기의 combining matrix를 최적화한다. 먼저, 합-전송률 식을 조정하여 일반적인 레일리 몫(Generalized Rayleigh quotient)의 형태로 바꾼다. 그 후에 행렬식의 상한을 구하고 해당 부등식의 등식을 만족하는 최적 combining matrix를 구해낸다. 모의실험을 통해 기존 IF-OFDM 및 간섭 회피 방식인 TDMA-OFDM과 비교하여 낮은 SNR과 중간 SNR 영역에서 최적화된 IF-OFDM이 합-전송률 측면에서 더 우수함을 확인할 수 있다.

### I. 서론

송신기에서 채널 정보 없이 간섭 신호들을 정렬하는 blind IA(Interference alignment) 기술이 제안되었고, 이는 channel coherence patterns만 이용한 재구성 안테나로 채널정보 없이 간섭 관리를 가능하게 한다[1]. 하지만, RF 회로에서 발생하는 삽입 손실 때문에 위 방식을 구현하는 것은 현실적으로 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해, 간섭 및 서빙 링크 간 다중경로(multipath)에 의한 지연 차이를 활용하여 간섭을 정렬하는 IF-OFDM(Interference-free OFDM) 기법이 최근에 새롭게 제안되었다[2]. IF-OFDM 기법을 통해 channel coherence patterns이나 완벽한 채널정보 없이 간섭을 정렬하여  $K$ -사용자 간섭 채널( $K$ -user Interference channel)에서 DoF가 사용자 수에 따라 선형적으로 증가함을 이론적으로 밝혀냈다.

기존 IF-OFDM 기법은 DoF의 관점에서 송수신기를 설계하므로 높은 SNR 영역에서만 최적에 가까운 합-전송률 성능을 보장한다. 하지만 다양한 SNR 영역이 혼재하는 간섭 네트워크 상황을 위한 송/수신기를 최적화하는 것이 필요하다. 따라서, 본 논문은 낮은 SNR과 중간 SNR 영역에서 IF-OFDM의 합-전송률을 최대화하기 위해 일반적인 레일리 몫(generalized Rayleigh quotient)을 이용한 combining matrix 최적화 기법을 제안한다.

이 식에서  $z_k[n]$ 는  $n$ 번째 시간 동안  $k$ 번째 수신기의 잡음을 나타낸다. 여기서,  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 무선 채널의 채널 탭에 대한 수는 일반적으로 다음과 같이 정의한다.

$$L_{k,i} \triangleq [T_{k,i}^D W] \quad (2)$$

$T_{k,i}^D$ 는  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 채널의 지연확산(Delay spread)이고  $W$ 은 신호의 전송 대역을 나타낸다.  $h_{k,i}[l]$ 은 평균이 0이고 분산이 1인 복소 가우시안 랜덤변수(Complex Gaussian random variable)로 고려한다. 또한, 서빙링크의 최대 채널 탭 개수와 간섭링크의 최대 채널 탭 개수를 각각  $L_D = \max_k L_{k,k}$ 와  $L_I = \max_{k,i \neq k} L_{k,i}$ 이라고 정의한다.  $h_{k,i}[l] \sim CM(0, 1)$ . 잡음  $z_k[n]$ 은 독립적으로 분포된(identically distributed, IID) 복소 가우시안 랜덤변수로 가정한다. 각  $z_k[n]$ 의 평균은 0이며 분산은  $\sigma^2$ 이라고 본다. 본 논문 내에서는 모든 송신기의 채널 정보를 지니지 못하는 상황을 고려한다. 반면 각 수신기는 서빙 링크(serving link)의 채널정보를 알고 있으며 채널 추정을 통해 실효 채널을 획득하기 때문에 간섭 링크(interference link)의 채널 정보들 역시 알고 있다고 본다. 본 논문은 IF-OFDM을 기반으로 하고 있어 다음 장에서는 해당 기법을 간략히 소개하고자 한다.

### II. 시스템 모델

수신기와 송신기 모두에 안테나를 하나씩 장비하고 있는  $K$ 명의 사용자가 있는  $K$  사용자 간섭 채널을 고려한다.  $n$ 번째 시간에서  $k$ 번째 송신기의 전달 신호를  $x_k[n]$ 와 같이 정의한다. 해당 신호의 평균 전력은  $E[|x_k[n]|^2] = P$ 로 가정한다. 우리는 또한  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 채널 임펄스 응답(Impulse response)을  $\{h_{k,i}[l]\}_{l=1}^{L_{k,i}}$ 과 같이 나타낸다. 이때,  $L_{k,i}$ 은  $i$ 번째 송신기와  $k$ 번째 수신기 간의 유효한 다중경로들(Multi-paths)의 개수를 나타낸다.  $k$ 번째 수신기가  $n$ 번째 시간에 받은 신호는 다음처럼 구성된다.

$$y_k[n] = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^{L_{k,i}} h_{k,i}[l] x_i[n-l+1] + z_k[n] \quad (1)$$

### III. Interference-free OFDM 소개

IF-OFDM[2]는  $K$  사용자 간섭 채널에서 CSIT 없이 CSIR만 있을 경우 OFDM의 특징을 활용하여 합-전송률 DoF를 1 이상 달성하였다[2]. IF-OFDM은 블록 전송 기법(Block transmission technique)을 고려하여 각 블록 별 신호를  $\bar{\mathbf{x}}_k^b = \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b$ 과 같이 나타낸다. 이때,  $\mathbf{F}_{S_k} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_{L_{k,k}-L_I}]$ 는  $N \times N$ 의 순환행렬의 고유벡터들이다. IF-OFDM은 수신 신호 중 간섭 신호들의 실효 채널 행렬들이 모두 순환행렬인 것을 이용한다. 구체적으로, 간섭 신호들을 제거하기 위해 precoding 벡터들이 사용되지 않은 순환행렬의 나머지 고유벡터들을 이용하여 combining 벡터들을 구성한다.

$$R_k = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \mathbf{V}_k^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{V}_k \left( \mathbf{I} + \sum_{i \neq k}^K \mathbf{V}_k^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_i} \mathbf{F}_{S_i}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{V}_k \right)^{-1} \right) \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_{S_k^c} = [\mathbf{f}_{L_0-L_1+1}, \mathbf{f}_{L_0-L_1+2}, \dots, \mathbf{f}_{L_{k,k}+L_0-2L_1}] \quad (3)$$

해당 combining 벡터들은 간섭 신호들이 이루는 subspace에 직교하기 때문에 다음과 같이 간섭을 처리할 수 있다.

$$\mathbf{F}_{S_k^c}^H \sum_{i \neq k}^K \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b = 0 \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_k^b = \mathbf{F}_{S_k^c}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b + \bar{\mathbf{z}}_k^b \quad (5)$$

여기서,  $\text{rank}(\mathbf{F}_{S_k^c}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k}) = L_{k,k} - L_1$ 이다. 블록의 수가 무한한 경우를 고려하여 논문 [2]에서는 다음과 같이

$$d_{\Sigma}^{\text{IC}} = \max \left\{ \sum_{k \in K} \frac{L_{k,k} - L_1}{N + L_1 - 1}, 1 \right\} \quad (6)$$

을 얻어내었다. 따라서, IF-OFDM을 통해 송신기에서 이용 가능한 채널정보 없이 수신기가 서빙 링크의 채널정보만을 이용하여 사용자 간 간섭들을 효과적으로 관리할 수 있고 DoF는 사용자가 증가할 때 선형적으로 증가함을 볼 수 있다. 자세한 수식과 표기는 작성 공간의 부족으로 생략하도록 한다 [2].

#### IV. 제안하는 합-전송률 최대화 기법

이 장에서 IF-OFDM의 combining matrix를 통제할 수 있는 변수로 고려하여 합-전송률을 최대화한다. 먼저, 위의 수신된 신호를 delay-time 측면에서 space-time 측면으로 바꾸어 생각할 수 있다. 또한, space-time coding의 구조에 대한 전송률은 MIMO 채널의 전송률로 바꾸어 볼 수 있다[3]. 그러므로, combining matrix를 거친 송신 신호에 대한 전송률은 식 (7)과 같이 나타낸다. 최적화 변수인  $\mathbf{V}_k$ 을 최적화하는 전송률 최대화 문제는 다음과 같다.

$$\max \log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{V}_k^H \mathbf{A} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{B} \mathbf{V}_k)^{-1}) \quad (8)$$

$\mathbf{A} = \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k^c} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^{b,H}$ 와  $\mathbf{B} = \mathbf{I} + \sum_{i \neq k}^K \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^{b,H}$ 는 문제를 간략히 표현하기 위해 도입한다. 그다음 최적화 문제에 대한 목적함수를 바꾸어서 일반적인 레일리 몫(generalized Rayleigh quotient)으로 표현한다.

$$\det(\mathbf{V}_k^H \mathbf{B} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{B} \mathbf{V}_k)^{-1} + \mathbf{V}_k^H \mathbf{A} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{B} \mathbf{V}_k)^{-1}) \quad (9)$$

$$\max \frac{\det(\mathbf{V}_k^H (\mathbf{B} + \mathbf{A}) \mathbf{V}_k)}{\det(\mathbf{V}_k^H \mathbf{B} \mathbf{V}_k)} \quad (10)$$

이후에 분모 부분에서 아래와 같이 SVD(Singular value decomposition)를 적용한다.

$$\mathbf{B}^{1/2} \mathbf{V}_k = \mathbf{F} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}^H, \quad \mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times d}, \boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{C}^{d \times d}, \mathbf{G} \in \mathbb{C}^{d \times d} \quad (11)$$

분자는  $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$  라고 할 때,

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{F}^H \mathbf{B}^{-1/2} \mathbf{C} \mathbf{B}^{-1/2} \mathbf{F}) &= \det(\mathbf{F}^H \mathbf{M} \mathbf{F}) \\ &= \det(\mathbf{F}^H \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{S}^H \mathbf{F}) = \det(\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}}) \end{aligned} \quad (12)$$

와 같이 목적함수를 정리할 수 있다. 해당 PSD(Positive semi definite) 행렬의

행렬식에 대해  $\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}} = [\bar{\mathbf{F}}_d^H \bar{\mathbf{F}}_{N-d}^H] \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_d \\ \bar{\mathbf{F}}_{N-d} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}}_d^H \bar{\mathbf{A}}_d \bar{\mathbf{F}}_d$ 을 이용하여

$$\begin{aligned} \det(\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}}) &= \det(\bar{\mathbf{F}}_d^H) \det(\bar{\mathbf{A}}_d) \det(\bar{\mathbf{F}}_d) \\ &\leq \det(\bar{\mathbf{A}}_d) \end{aligned} \quad (13)$$

의 관계를 유도한다. 이때, 등식이 성립하는 경우는 단순히  $\bar{\mathbf{F}}_{d \times d} = \mathbf{I}_{d \times d}$ 을 선택하면 된다.  $\mathbf{F}^*$ 는  $\mathbf{M} = \mathbf{B}^{-1/2} \mathbf{C} \mathbf{B}^{-1/2}$ 의 고유값들에 해당 고유벡터들의 집합이면 위 경우를 만족한다.  $\mathbf{V}_k$ 는  $\mathbf{G}$ 와  $\boldsymbol{\Sigma}$ 에 독립적이기 때문에 identity matrix로 설정하면 오직  $\mathbf{F}^*$ 에 따라 결정되므로  $\mathbf{F}^*$ 와 같은 해를 가질 때 전송률을 최대화할 수 있다. 각각의 combining matrix는 독립적으로 최적화할 수 있으므로 위와 같은 방식으로 최적화 변수들을 구해내면 합-전송률을 최적화하게 된다.

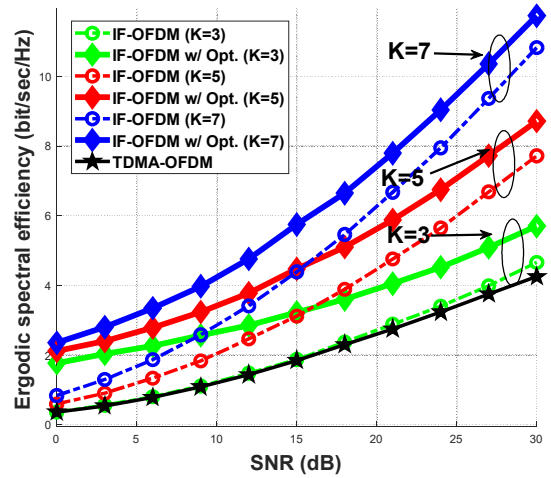


그림 1. 최적화된 IF-OFDM과 기존 기법의 평균 합-전송률 비교

Fig. 1. Comparing between the performance of IF-OFDM and that of Sum-rate optimized IF-OFDM where  $L_{k,k} = L_D = 14$  and  $L_{k,i} = L_1 = 4$

#### V. 모의실험 결과

기존 IF-OFDM과 합-전송률 최적화 IF-OFDM의 성능을 비교하기 위해 모의실험을 시행한다. 실험 환경은 interference link의 채널 탭 수는 4개, direct link의 채널 탭 수는 14개인 상황에서 사용자의 수가 3명, 5명, 7명인 경우이다. 시뮬레이션 결과를 통해 최적화된 combining matrix로 IF-OFDM의 합-전송률을 최대화하면 low SNR과 mid SNR에서 합-전송률을 더욱 향상시킬 수 있어 기존 IF-OFDM보다 높은 성능을 보여주고 있음을 확인할 수 있다. 합-전송률 최대화를 위해 local CSIR가 요구되지만, 채널 추정 단계에서 실험 채널을 획득하므로 추가적인 overhead가 거의 없이 합-전송률 최대화를 끌어낼 수 있다.

#### VI. 결론

본 논문은 기존 IF-OFDM의 합-전송률을 최대화하기 위해 목적함수를 일반적인 레일리 몫(generalized Rayleigh quotient)의 형태로 바꾸고 combining matrix를 최적화하여 합-전송률을 향상시키는 최적화된 IF-OFDM을 제안한다. 모의실험을 통해 낮은 SNR과 중간 SNR 영역에서 최적화된 IF-OFDM의 성능 향상을 볼 수 있었다. 후후 진행해볼 연구는 송신기에서 서빙 링크의 채널정보가 이용 가능할 때 precoding matrix와 combining matrix를 동시에 최적화하여 추가적인 합-전송률 최대화 문제를 일반적으로 다루어 보는 것이다.

#### ACKNOWLEDGMENT

이 성과는 2019년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1006806).

#### 참고 문헌

- [1] M. Yang, et al., "Dual-mode transmission strategy for blind interference alignment scheme in MISO broadcast channels," J. KICS, vol. 34A, no. 12, pp. 1102-1109, Dec. 2013.
- [2] B. Lee, N. Lee, W. Shin, and H. V. Poor, "Blind Interference Alignment with ISI: A New Look at OFDM for K-User Interference Channels," IEEE Trans. Signal Process., Early access.
- [3] G. G. Raleigh, et al., "Spatio-Temporal Coding for Wireless Communications", Proc. 1992 IEEE Globecom, Nov. 1992, pp. 1409-1414.